



Sobre cognição e dimensões intrínsecas de sinais

Palestrante: Jugurta Montalvão (jmontalvao@academico.ufs.br)

Duração aproximada: 1 hora e 40 min.

Plano da palestra:

Motivação

Fundamentação

Premissas e questões pertinentes

Evidências cognitivas

Estimação de dimensão intrínseca

Experimentos





Motivação





Sugerir, através de reflexões simples:

- a) uma relação entre dimensões de sinais e graus de liberdade
- b) evidências de que cognição animal precisa filtrar dimensões
- c) utilidades de (a) e (b) em aprendizado de máquina





Cognição — do Latim *cognitionem*.

Com o tempo, seu sentido foi estendido para incluir **percepção**.

(Fonte: Online Etymology Dictionary, https://www.etymonline.com/word/cognition)

A percepção do mundo ao redor é feita através de sensores que captam sinais.

→ A cognição se inicia na percepção de sinais, através de sensores.





Neste exato instante, cada um de nós está recebendo muitos sinais simultâneos

de funcionamento de órgãos internos

de luz

NEURÔNIOS

de som

de odor

de paladar

de temperatura







Caenorhabditis elegans

primeiro organismo multicelular a ter seu genoma completamente sequenciado (1998)

302 neurônios

responsável pela quimiotaxia (movimento guiado por pistas químicas, ou seja, essencialmen cheirando).

Fonte:

https://en.wikibooks.org/wiki/Sensory_Systems/Introduction







REVIEW

published: 31 March 2016 doi: 10.3389/fpsyg.2016.00417





Learning in Plants: Lessons from Mimosa pudica

Charles I. Abramson^{1,2*} and Ana M. Chicas-Mosier^{1,2}

Department of Psychology, Laboratory of Comparative Psychology and Behavioral Biology, Oklahoma State University, Stillwater, OK, USA, ² Department of Integrative Biology, Laboratory of Comparative Psychology and Behavioral Biology, Oklahoma State University, Stillwater, OK, USA

Questão fundamental (Q0):

Quantos exemplos (observações) são necessárias para que um



ser cognitivo "entenda" algo?

Entender: ajustar e/ou reconhecer um modelo de causa-efeito





Um exemplo emblemático da era "Deep Learning":

Problema 'real' da classificação de imagem (mini-fotos) airplane automobile Base CIFAR-10 (Canadian Institute for Advanced Research): bird cat 60.000 imagens, 32x32 pixels coloridos cada deer Cada imagem – um ponto num espaço com **3072 dimensões** (32 x 32 x 3) dog frog **5.000** imagens rotuladas para se aprender a reconhecer cada uma das 10 classes! horse ship **SUFICIENTES?** truck





Fundamentos





Liberdade

Conceito mal definido...



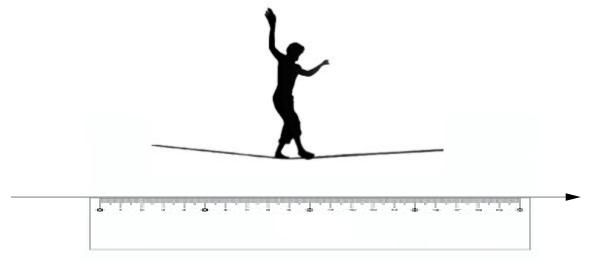


Conceito que pode ser bem definido.

buscando uma definição tão simples quanto possível...







1 grau de liberdade → Liberdade de ação em apenas uma direção

1 régua contínua de posições possíveis







- 2 graus de liberdade → ação livre em duas direções
- 2 réguas contínuas







A rainha pode se mover livremente ao longo de qualquer uma das réguas, incluindo nas duas, simultaneamente.

2 réguas discretas de posições

Quantos graus de liberdade?







O bispo só pode se mover ao longo de uma das diagonais, a cada movmento (nunca nas duas diagonais ao mesmo tempo!) Ainda temos 2 réguas discretas, mas há mais restrições de

movimento

Quantos graus de liberdade?





De volta ao simples. Ainda mais simples... 1 régua com apenas duas posições: A e B



Se P(A) = P(B) = $0.5 \rightarrow 1$ grau de liberdade

Se P(A) = 1 e P(B) = $0 \rightarrow 0$ graus de liberdade (ou ausência de liberdade de escolha)

... e se
$$P(A) = 0.9 e P(B) = 0.1$$
?





A resposta deve estar entre 0 e 1 graus de liberdade...

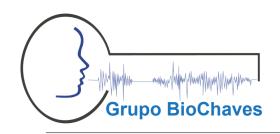


Duas definições consistentes com essa expectativa:

Graus de liberdade = $-\log_2 (P(A)^2 + P(B)^2)$

entropia de colisão ou entropia quadrática

е





Para o cálculo do grau de liberdade com apenas dois lados/estados em uma direção (uma dimensão), precisamos conhecer as probabilidades P(A) e P(B).



Para a estimação das probabilidades P(A) e P(B), precisamos de N » 2 observações independentes (dados).

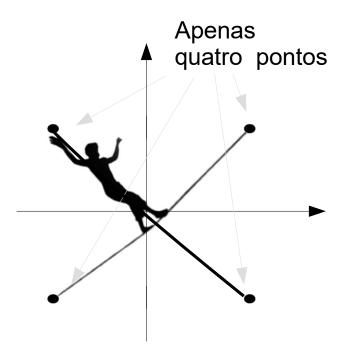
Uma breve reflexão sobre espaços mal preenchidos com pontos (observações/amostras):

1 dim., 2 pontos

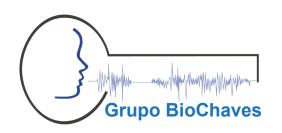
Apenas dois pontos

Uma dimensão

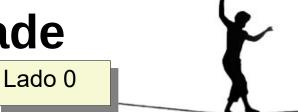
2 dim, 4 pontos



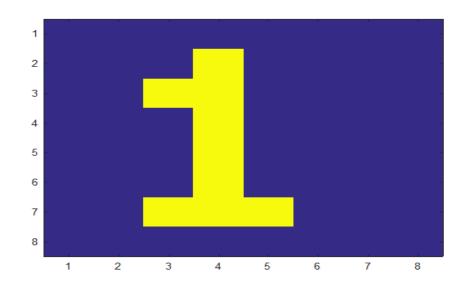
D dim., 2^D pontos ← Poucas observações







Lado 1



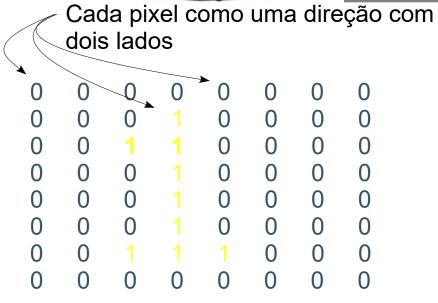
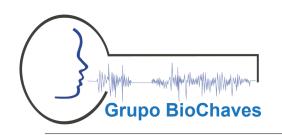


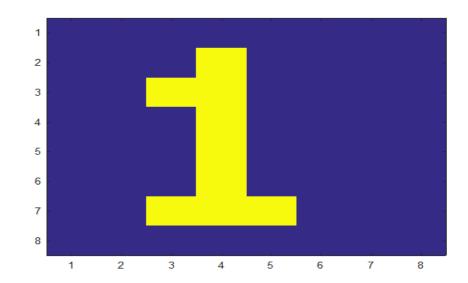
Imagem como matriz (8x8 = 64 pixels)

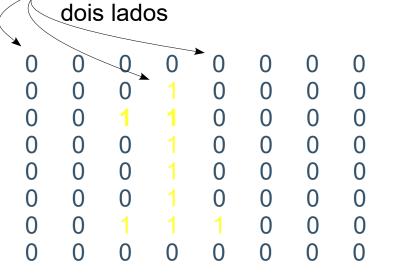






Lado 1

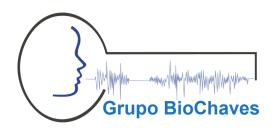




Cada pixel como uma direção com

Imagem como matriz (8x8 = 64 pixels)

64 dim., 2⁶⁴ ~ 1.8x 10¹⁹ ← Poucas observações (!?!)





Algumas premissas e mais questões

Premissas razoáveis:

P1: A cognição é ajustada a partir de exemplos (aprendizado)

P2: Os exemplos devem ser em número e diversidade suficiente para que as leis de formação dos exemplos sejam aprendidas

P3: Mesmo os seres primitivos com algum poder de adaptação ao ambiente possuem sensores (e.g. químicos, mecânicos, elétricos, eletromagnéticos)

P4: Cada sensor pode ser visto como uma dimensão de medida. Por exemplo, cada bastonete no olho humano mede intensidade luminosa.

P5: O número de sensores – portanto a dimensão aparente de medidas do mundo ao redor – é muito alto. Por exemplo, no olho humano, são encontrados 100 milhões de bastonetes.

P6: Mesmo os 302 neurônios da C. Elegans, se forem considerados como dimensões independentes de percepção, demandariam a coleta de muito mais de 2³⁰² padrões do ambiente desse animal primitivo.

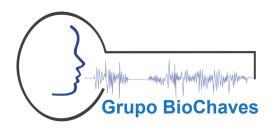
Como é possível qualquer animal (ou vegetal) aprender algo sobre o mundo ao redor, se a quantidade de observações necessárias a isso parece ser sempre inviável (absurdamente grande)?

Resposta hipotética:

Apesar das altas dimensões aparentes, as dimensões intrínsecas dos fenômenos observados são muito menores, pequenas o suficiente para que as observações feitas pelos indivíduos sejam suficientes ao aprendizado.

Notas importantes:

- A dimensão aparente é determinada, em parte, pelo observador
- A dimensão intrínseca do fenômeno é determinada pelos graus de liberdade do fenômeno observado.





Evidências



Problema:

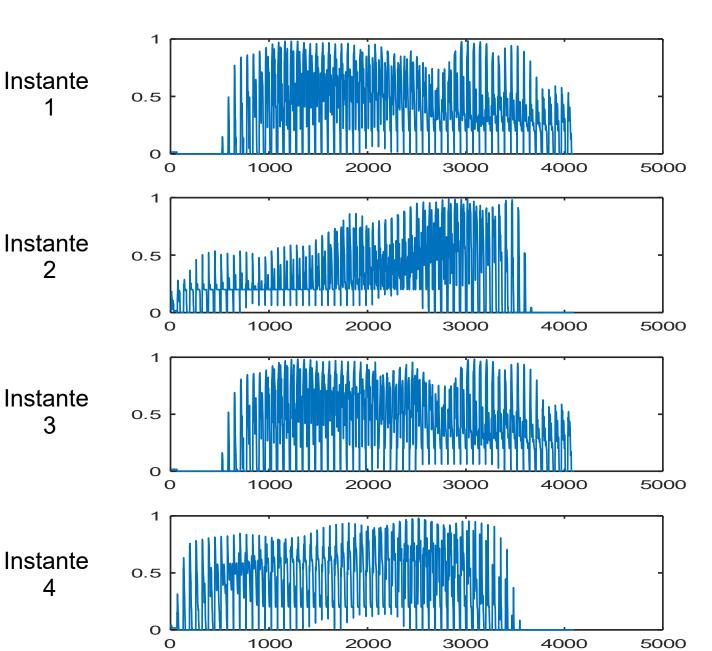
4096 sensores simultâneos de intensidade luminosa monitoram pontos de um "processo".

3

4

Em quatro instantes diferentes, foram coletados os seguintes perfis de medidas →

Alguma anomalia perceptivel?

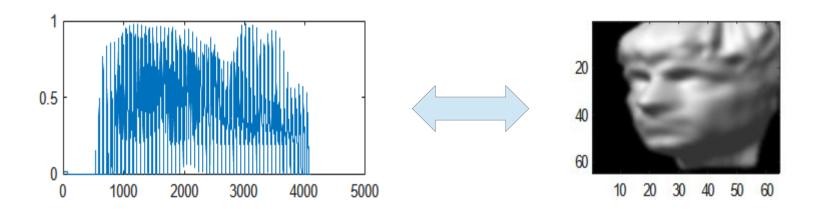


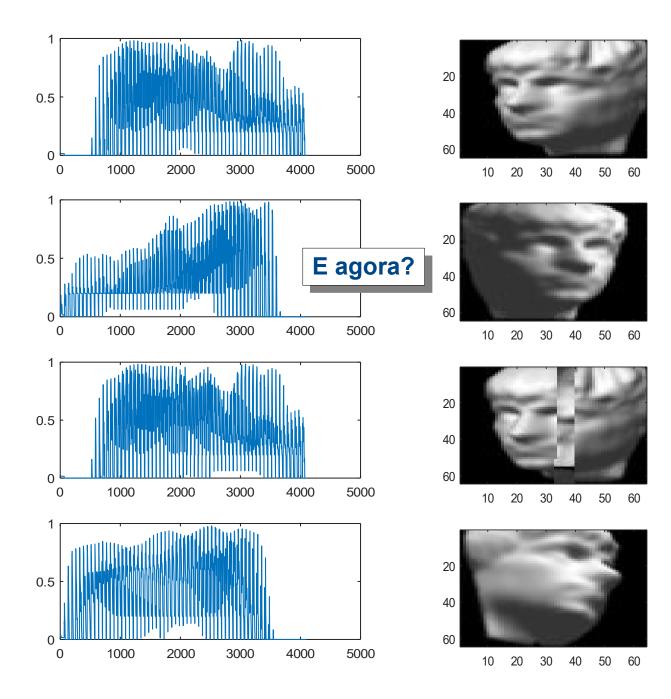
Uma "pegadinha":

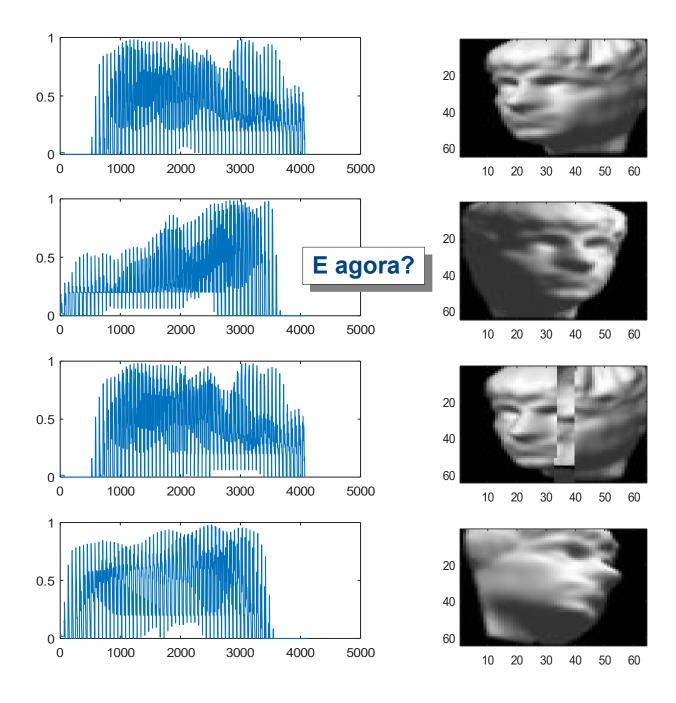
De fato, os dados foram coletados de 4096 sensores simultâneos de intensidade luminosa.

Mas esses sensores fazem parte de uma única câmera digital.

Assim, as 4096 medidas podem ser apresentadas como uma imagem com 64x64 níveis de cinza.

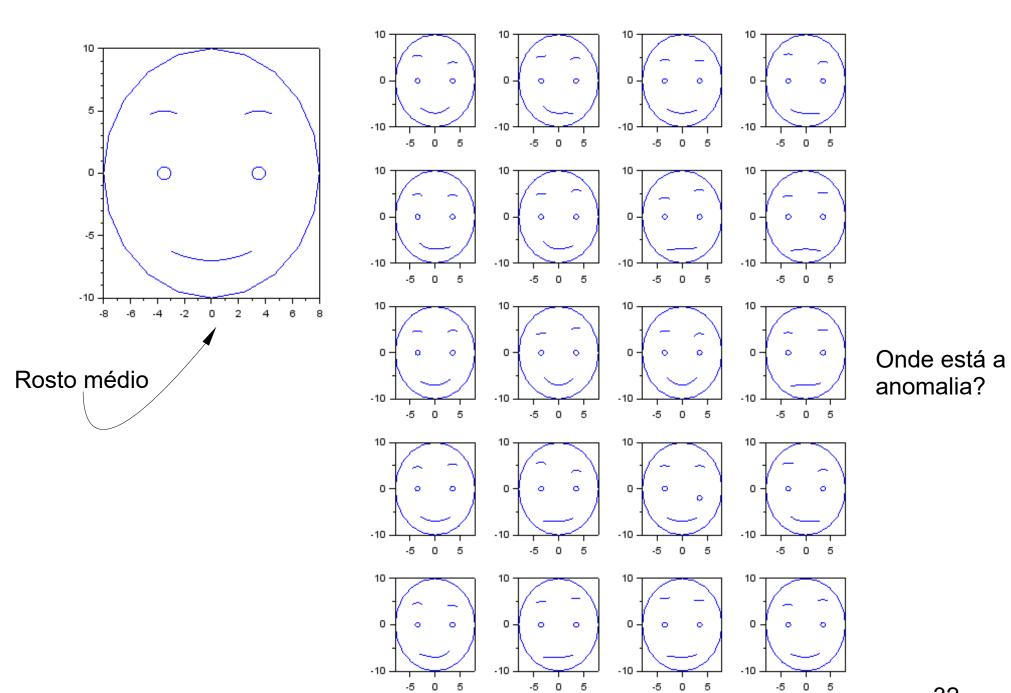


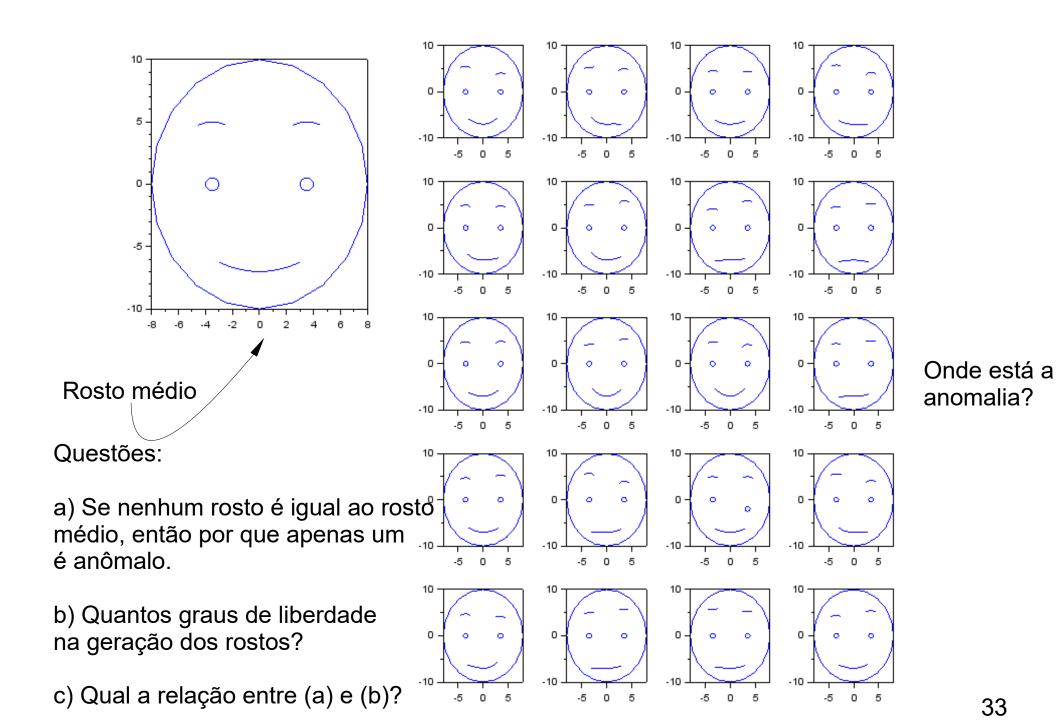


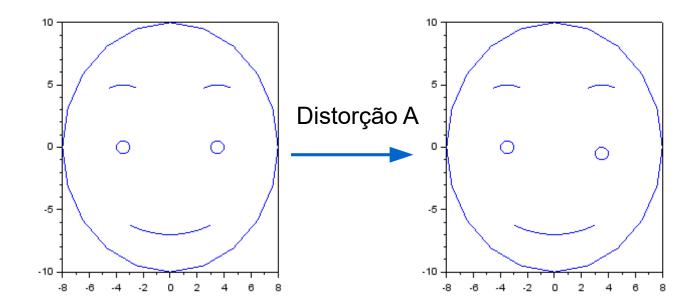


Questões para reflexão:

- a) por que a anomalia é perceptível na representação da direita, mas não na da esquerda?
- b) quantos graus de liberdade (aproximadamente) têm as 4096 medidas? (fotos tiradas de vários pontos de vista e vários níveis de iluminação da mesma estátua)
- c) Há alguma relação entre as questões (a) e (b)?



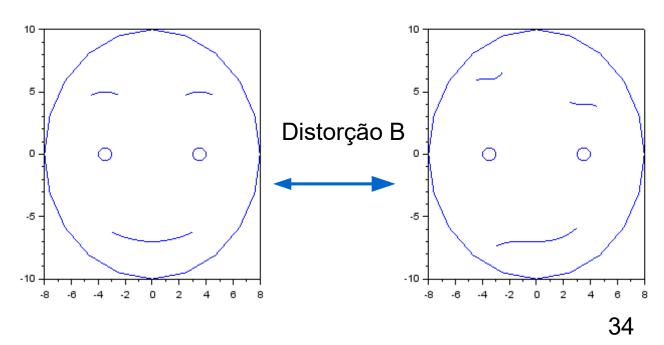


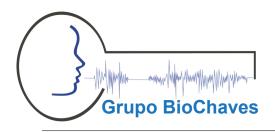


Qual das duas distorções é percebida como anomalia, A ou B?

Questões:

- a) Qual a maior distorção, em termos de deslocamento de traços?
- b) Qual delas parece anômala?
- c) Onde está guardada a regra que faz com que a platéia (geralmente) concorde?



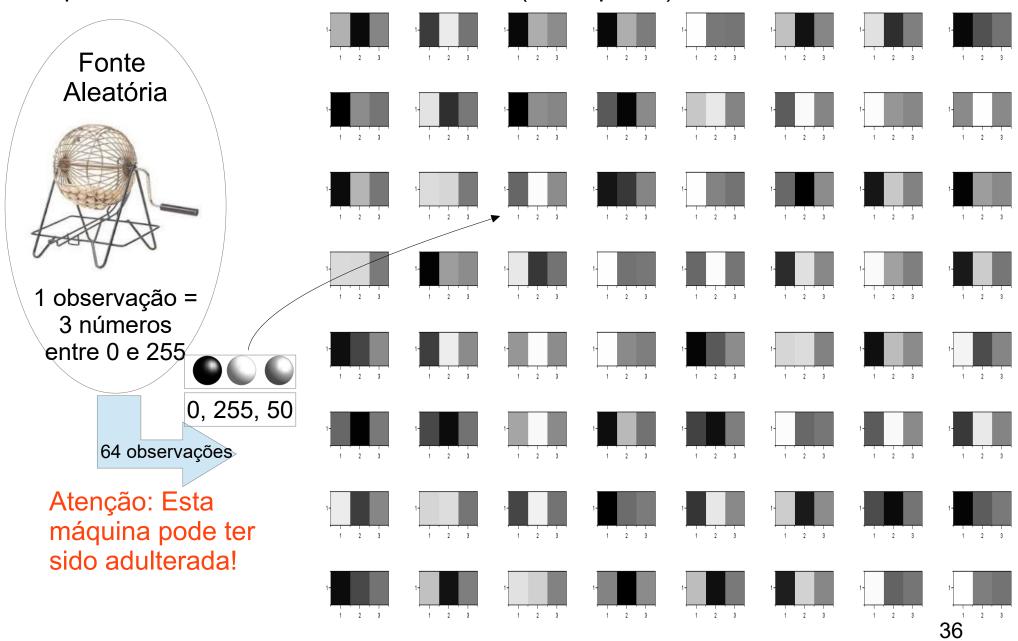




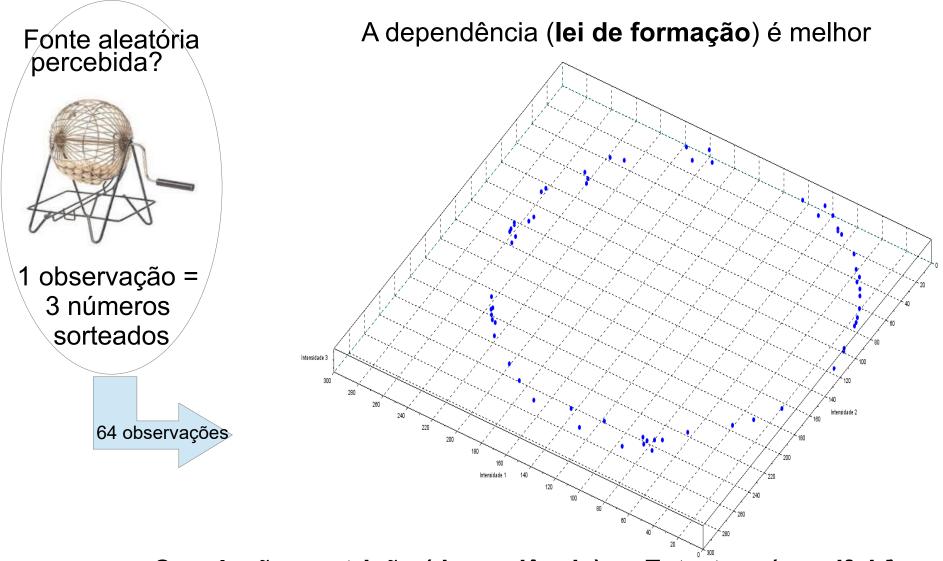
Dependências geram estruturas com baixas dimensões intrínsecas

ilustrações simples

Observe cada blocos de 3 *pixels* (em escala de cinza) e tente inferir se há dependência entre os sorteios aleatórios (ou os *pixels*):



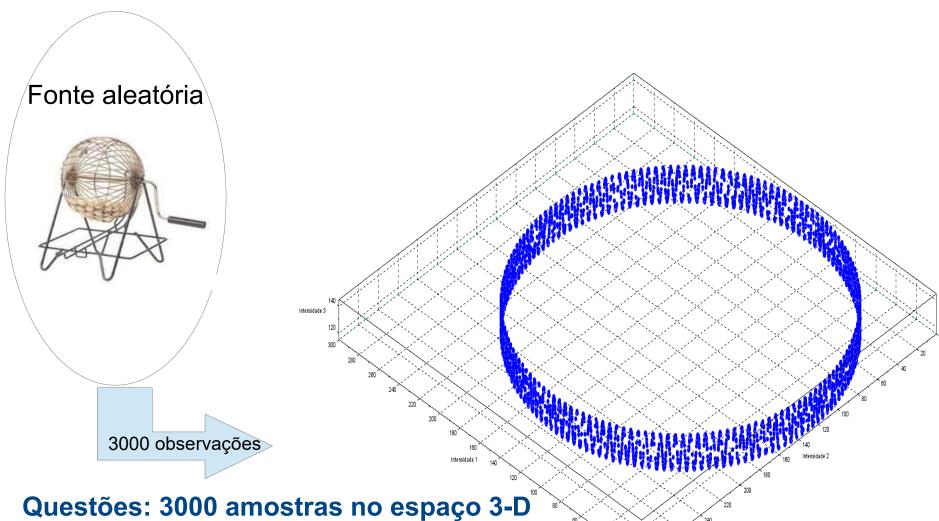
Olhe novamente: outra representação dos mesmos 64 blocos de 3 *pixels* (64 amostras 3-D).



Conclusão: restrição (dependência) → Estrutura (*manifold*)

Dá para perceber o *tamanho* da estrutura?

E agora?



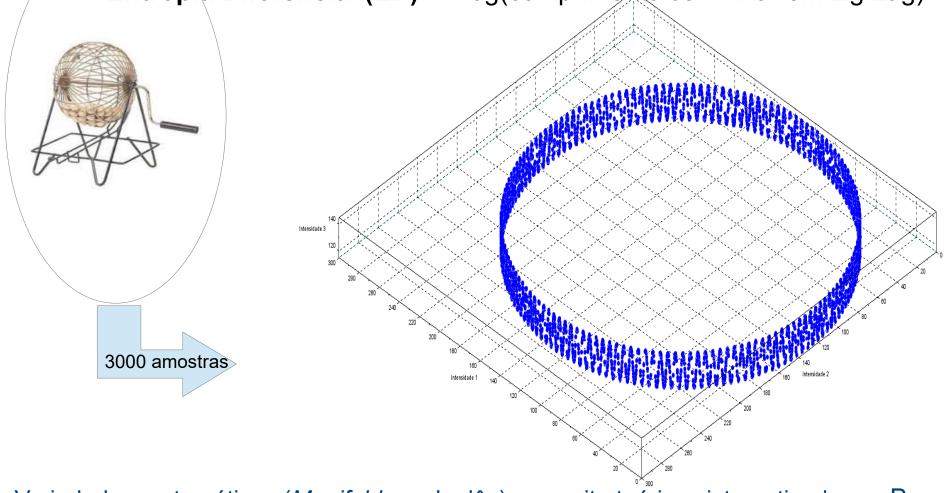
a) são suficientes à cognição de alguma lei de formação?

b) se sim, essa quantidade suficiente depende da estrutura (manifold) formado?

Nesta ilustração:

Dimensão Intrínseca (DI) = 1 (pois a estrutura percebida pode ser cortada e esticada em uma linha)

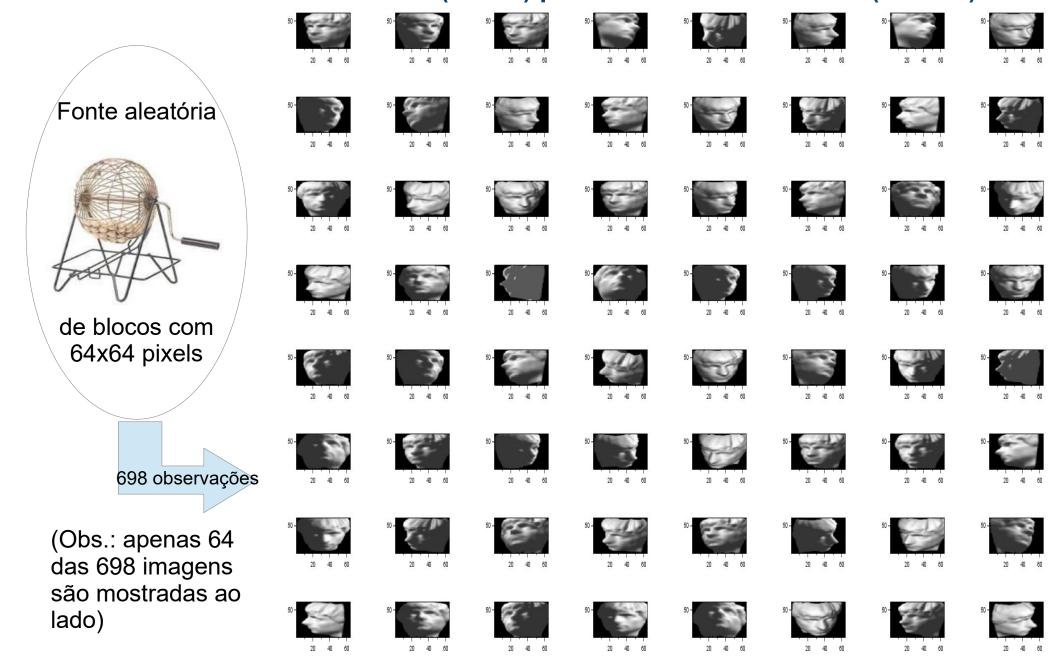
Entropia Diferencial (ED) ~ log(comprimento da "linha" em zig-zag)



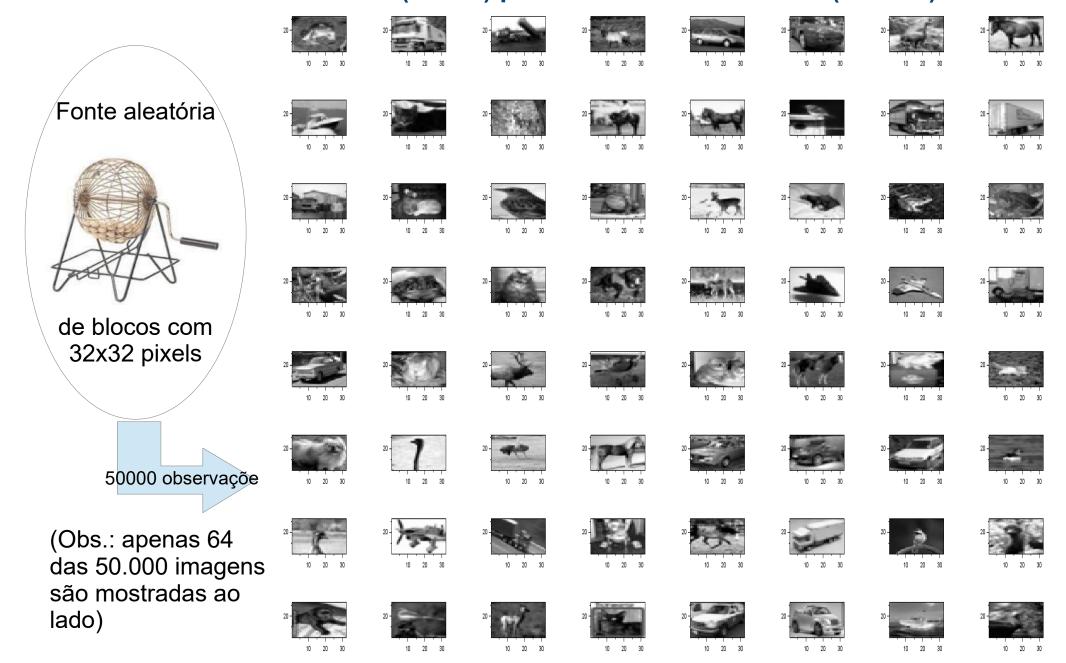
Variedades matemáticas (*Manifold*, em Inglês), conceito teórico sistematizado por B. Riemann.

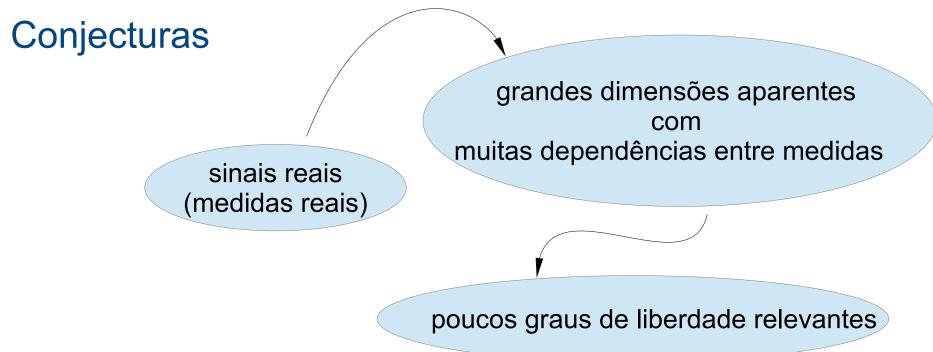
39

E se... fossem blocos de 4096 (64x64) pixels em escala de cinza (0 a 255):



... ou ainda blocos de 1024 (32x32) pixels em escala de cinza (0 a 255):





Mais conjecturas

A cognição e a percepção de leis de formação são fortemente relacionadas (possivelmente idênticas, mas isto é tema para filósofos...)

Leis de formação em sinais reais geram estruturas (manifolds)

O que fazer para começar a entender a cognição?

- Medir as variedades (dimensão intrínseca, volume, curvatura etc.)
- Modelar as variedades
- Desenrolar as variedades (representação da essência dos sinais)

Quem também andou pensando assim?

IEEE TRANSACTIONS ON NEURAL NETWORKS AND LEARNING SYSTEMS, VOL. 27, NO. 10, OCTOBER 2016

Why Deep Learning Works: A Manifold Disentanglement Perspective

Pratik Prabhanjan Brahma, Dapeng Wu, Fellow, IEEE, and Yiyuan She

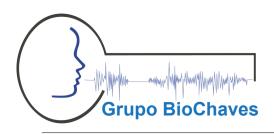
J Stat Phys DOI 10.1007/s10955-017-1836-5

Why Does Deep and Cheap Learning Work So Well?

Henry W. Lin¹ · Max Tegmark² · David Rolnick³

"(...) it is still not fully understood why deep learning works so well. In contrast to GOFAI ("good old-fashioned AI") algorithms(...)"

- [6] Y. Bengio, O. Delalleau, and N. L. Roux, "The curse of highly variable functions for local kernel machines," in *Proc. Adv. Neural Inf. Process.* Syst., Vancouver, BC, Canada, 2005, pp. 107–114.
- [7] G. E. Hinton and R. R. Salakhutdinov, "Reducing the dimensionality of data with neural networks," *Science*, vol. 313, no. 5786, pp. 504–507, 2006.
- [8] L. Wan, M. Zeiler, S. Zhang, Y. LeCun, and R. Fergus, "Regularization of neural networks using DropConnect," in *Proc. 30th Int. Conf. Mach. Learn.*, Atlanta, GA, USA, Jun. 2013, pp. 1058–1066.
- [9] G. Hinton et al., "Deep neural networks for acoustic modeling in speech recognition: The shared views of four research groups," IEEE Signal Process. Mag., vol. 29, no. 6, pp. 82–97, Nov. 2012.
- [10] Y. Bengio, G. Mesnil, Y. Dauphin, and S. Rifai, "Better mixing via deep representations," in *Proc. 30th Int. Conf. Mach. Learn.*, Atlanta, GA, USA, Jun. 2013, pp. 552–560.
- 11] Y. Bengio, A. Courville, and P. Vincent, "Representation learning: A review and new perspectives," *IEEE Trans. Pattern Anal. Mach. Intell.*, vol. 35, no. 8, pp. 1798–1828, Aug. 2013.

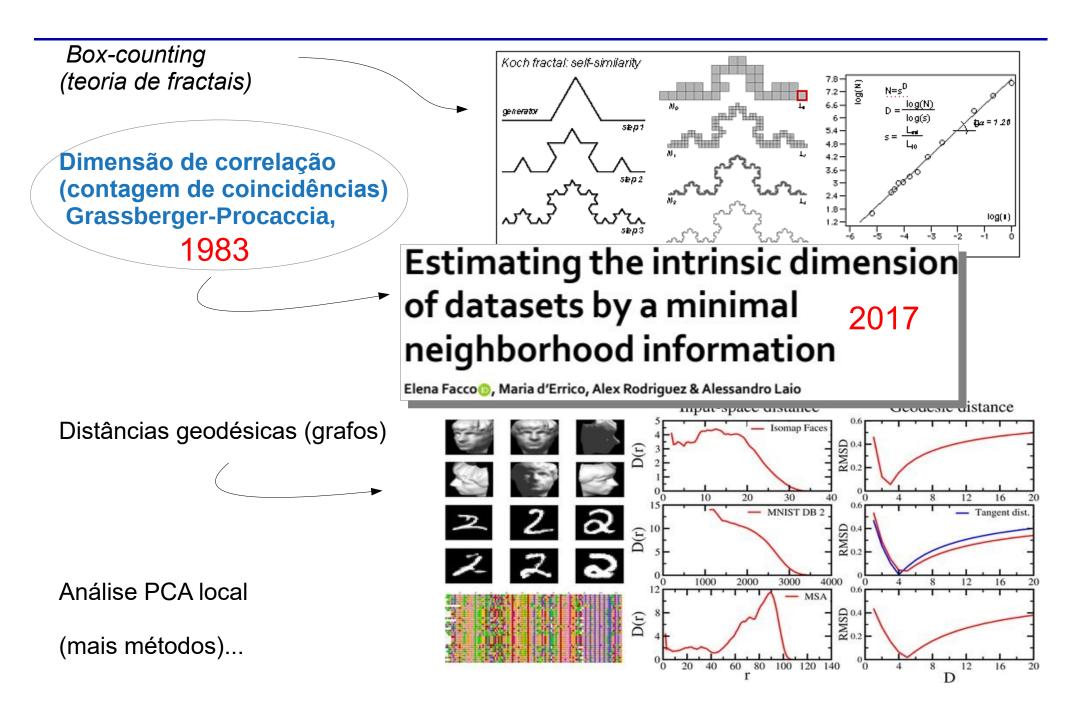




Como medir as estruturas a partir das observações?

- dimensão intrínseca
- volume (ou entropia diferencial)

Estimadores de dimensões intrínsecas



Uma (meta) coincidência de métodos

Journal of Statistical Physics, Vol. 26, No. 2, 1981

1981

Calculation of Entropy from Data of Motion

Shang-keng Ma¹

Received November 18, 1980

We discuss the question of determining the entropy given the phase space trajectory which describes the detailed history of a many-body system over a

2.1. Coincidence and the Size of a Region

The basic idea of using coincidence counting to calculate entropy is extremely simple. Suppose that the trajectory is a set of n points randomly distributed in a region of Γ positions. Even if n is much smaller than Γ , there is a nonzero chance for coincidence, i.e., some positions will get more than one point. Since the probability for a point to fall in any given position is $1/\Gamma$, the number of coincidences is easily estimated:

$$N_c = n(n-1)/2 \times 1/\Gamma \tag{2.1}$$

Let us define R to be the coincidence rate which is the probability of finding a coincidence per trial. There are n(n-1)/2 trials; therefore,

$$R = 1/\Gamma \tag{2.2}$$

$$\Gamma = N_t/N_c$$

$$N_t = n(n-1)/2$$

$$S = \ln(1/R) \tag{2.3}$$

Physica 9D (1983) 189–208 North-Holland Publishing Company

1983

MEASURING THE STRANGENESS OF STRANGE ATTRACTORS

Peter GRASSBERGER† and Itamar PROCACCIA

Department of Chemical Physics, Weizmann Institute of Science, Rehovot 76100, Israel

Received 16 November 1982 Revised 26 May 1983

We study the correlation exponent ν introduced recently as a characteristic measure of strange attractors which allows one to distinguish between deterministic chaos and random noise. The exponent ν is closely related to the fractal dimension and the information dimension, but its computation is considerabl

stem from very high dimensional systems is stressed. Algorith $C(l) = \lim_{N \to \infty} \frac{1}{N^2} \times \{\text{number of pairs } (i, j) \text{ whose } \}$

distance
$$|X_i - X_i|$$
 is less than l . (1.5)

The correlation integral is related to the standard correlation function

$$c(\mathbf{r}) = \lim_{N \to \infty} \frac{1}{N^2} \sum_{\substack{i,j=1\\i \neq j}}^{N} \delta^F(\mathbf{X}_i - \mathbf{X}_j - \mathbf{r})$$
 (1.6)

by

$$C(l) = \int_{l}^{l} d^{F}rc(\mathbf{r}). \tag{1.7}$$

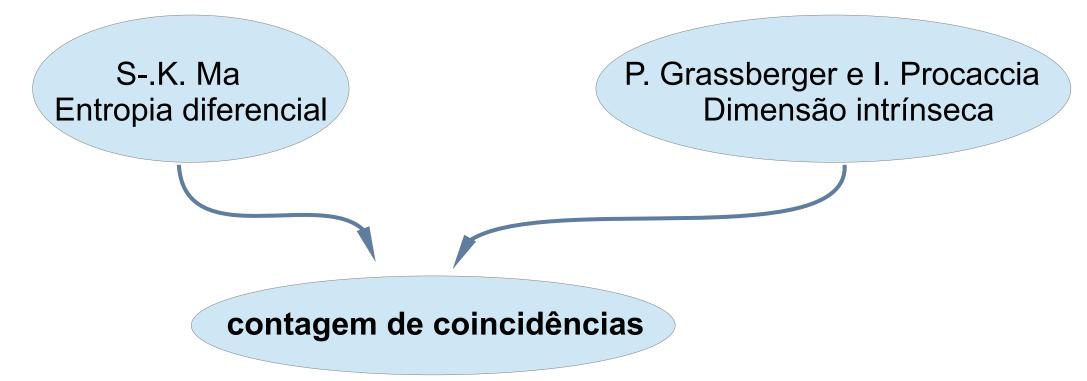
One of the central aims of this paper is to establish that for small l's C(l) grows like a power

$$C(l) \sim l^{\nu}, \tag{1.8}$$

and that this "correlation exponent" can be taken as a most useful measure of the local structure of a strange attractor. It seems that v is more relevant,

Estimadores baseados em contagem de coincidências

Questão: Qual o ponto comum entre os métodos?



Num espaço métrico: contagem de vizinhos (observações "coincidentes") para uma vizinhança de tamanho variável

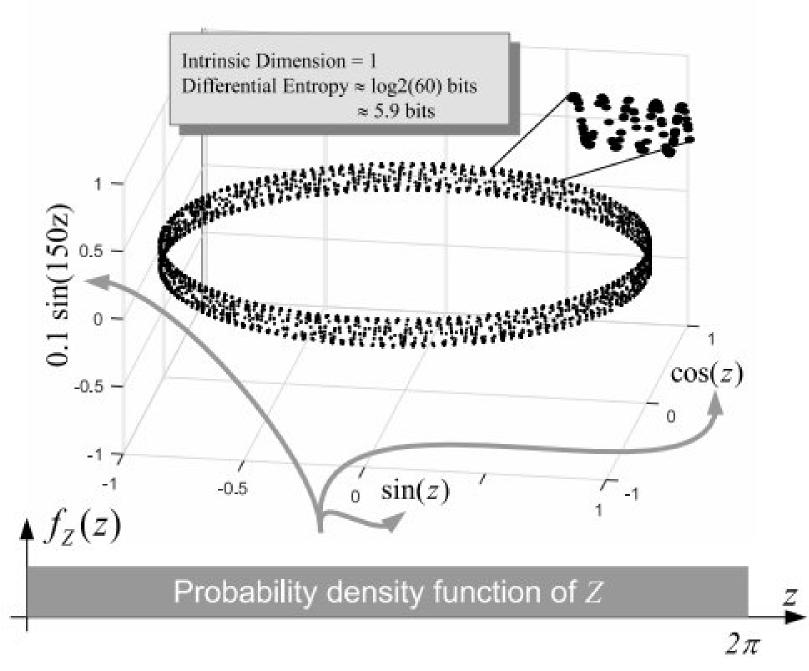
Aviso de auto-propaganda no próximo *slide*!

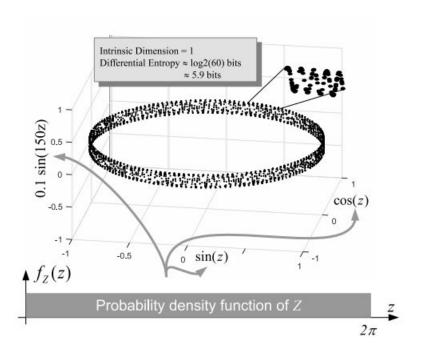
IEEE SIGNAL PROCESSING LETTERS, VOL. 26, NO. 9, SEPTEMBER 2019

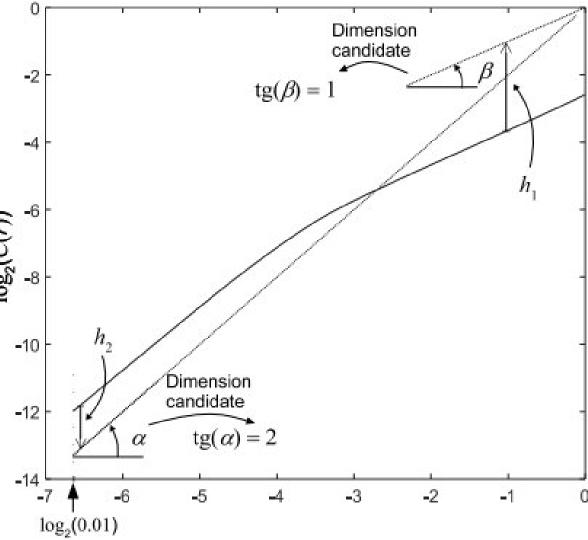
1330

Noise Variance Estimation Through Joint Analysis of Intrinsic Dimension and Differential Entropy

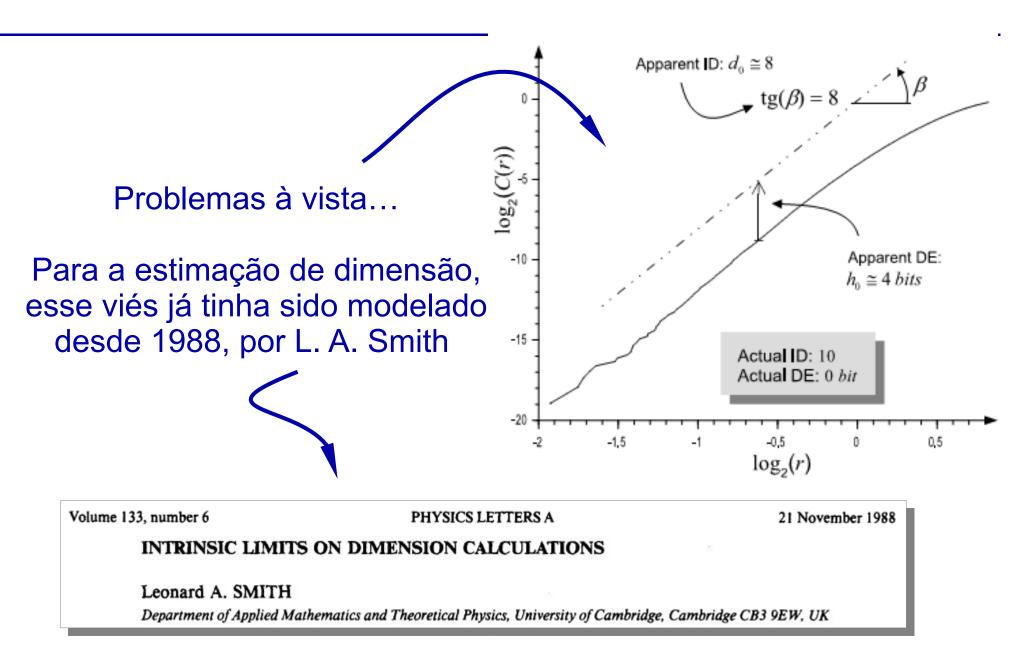
Jugurta Montalvão D







Problemas de viés nos estimadores



Bias-Compensated Estimator for Intrinsic Dimension and Differential Entropy: A Visual Multiscale Approach

Jugurta Montalvão, Jânio Canuto, and Luiz Miranda

Experimentos com lmagens

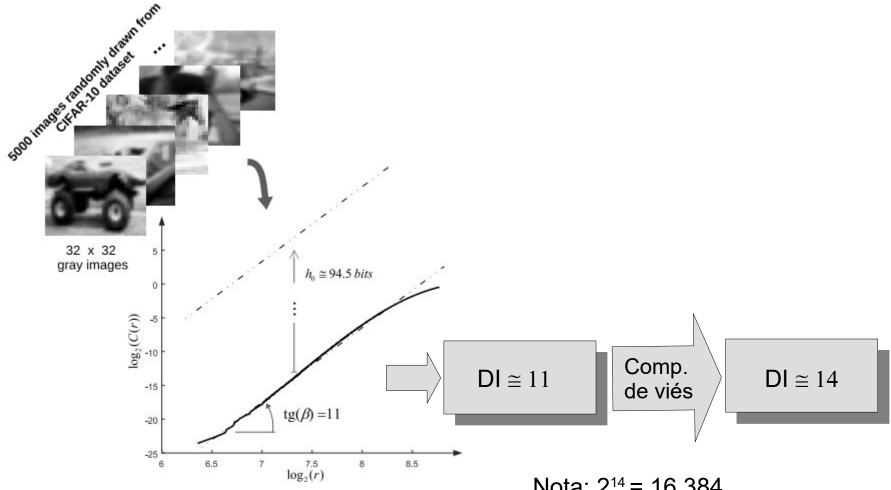


Fig. 12. ID estimation for 5000 images from the CIFAR-10 dataset. The apparent ID is about 11, whereas the apparent DE is about 94.5 bits, both biased.

Nota: $2^{14} = 16.384$

Base CIFAR-10: total de 50.000

imagens

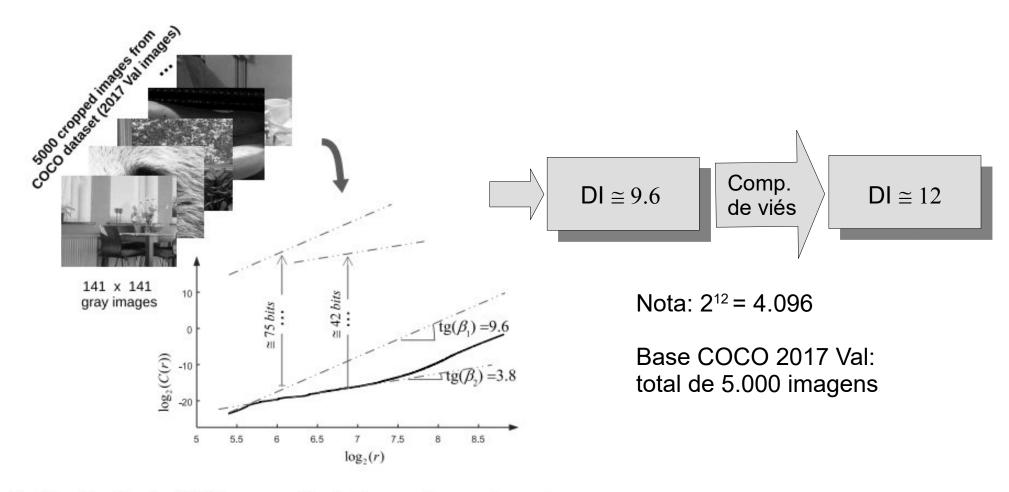


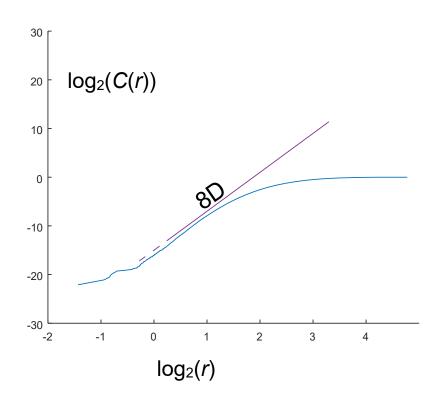
Fig. 13. ID estimation for 5000 images randomly drawn and cropped around their center from the COCO dataset. Two main apparent ID can be observed. The smallest scale yields an apparent ID of about 9.6, for an apparent DE of about 75 bits.

Experimentos com Vozes humanas

Conjunto de dados públicos de falas masculinas e femininas em português brasileiro

Padrões de 18 Coeficientes Cepstrais de Frequência Mel (MFCC) Representando intervalos de 25 ms

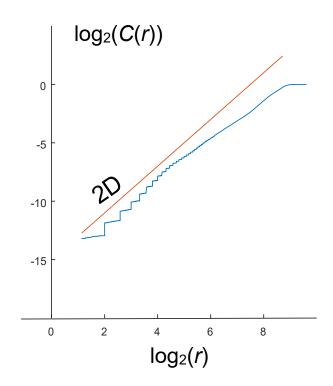
> C. A. Ynoguti and F. Violaro, "A Brazilian Portuguese speech database," in Proc. 26th Simpósio Brasileiro de telecomuniçações, 2008, pp. 1–4.



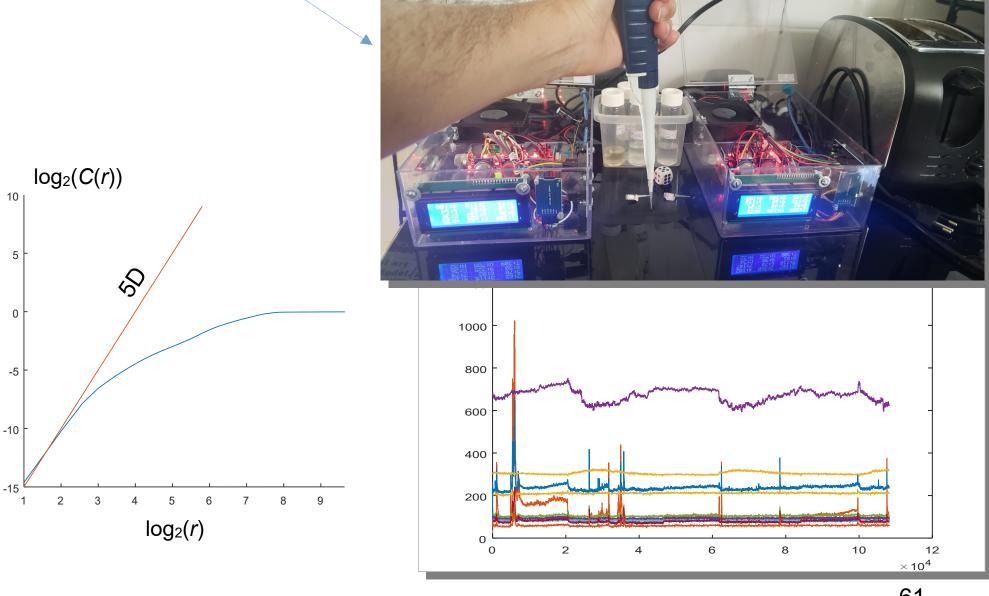
Experimentos com Nariz Eletrônico

Nariz com 10 sensores (8 do tipo MOX mais sensores de temperatura e umidade), expostos a 7 misturas controladas de carne bovina e suína. Base usada e publicada por

R. Sarno, S. I. Sabilla, D. R. Wijaya, D. Sunaryono, and C. Fatichah, "Electronic nose dataset for pork adulteration in beef," *Data Brief*, vol. 32, Oct. 2020, Art. no. 106139.



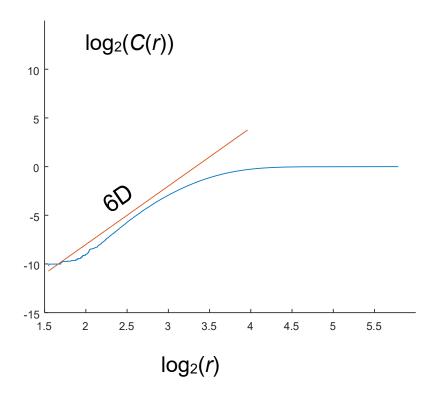
Nariz com 11 sensores (9 do tipo MOX mais sensores de temperatura e umidade), expostos ao ambiente rotineiro de uma cozinha doméstica (Projeto DomOdor – UFS, 2019 - 2022).



Experimentos com Textos

Conjunto de dados *Newsgroups*, onde cada uma de 16242 postagens (textos em linguagem natural) foi codificada como um vetor binário 100D, onde a ocorrência de 100 palavras mais relevantes.

https://cs.nyu.edu/~roweis/data/



Experimentos com a base de sinais

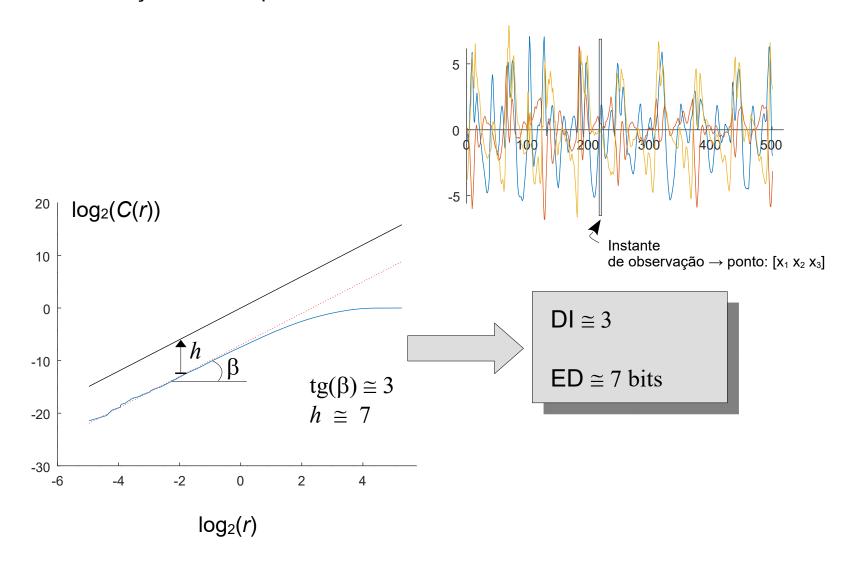
KU-HAR: An Open Dataset for Human Activity Recognition

DOI: 10.17632/45f952y38r.5

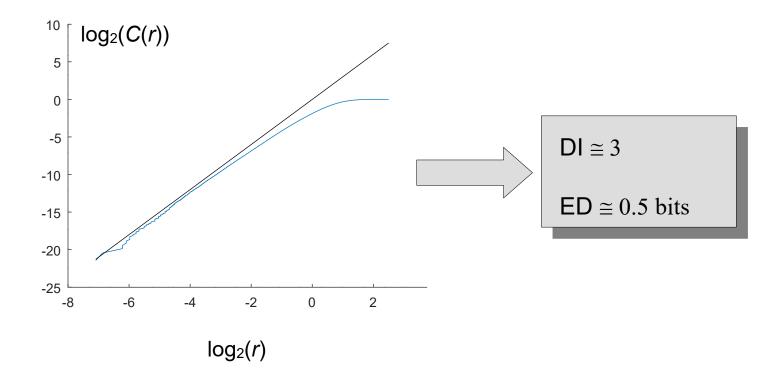
Experimentos com a sinal de caminhada

Sinal escolhido: '1037_L_1_0.csv' (classe *walk*)

Apenas sinais de acelerômetro → 3 dimensões aparentes Número de observações > 2386 pontos no 3D

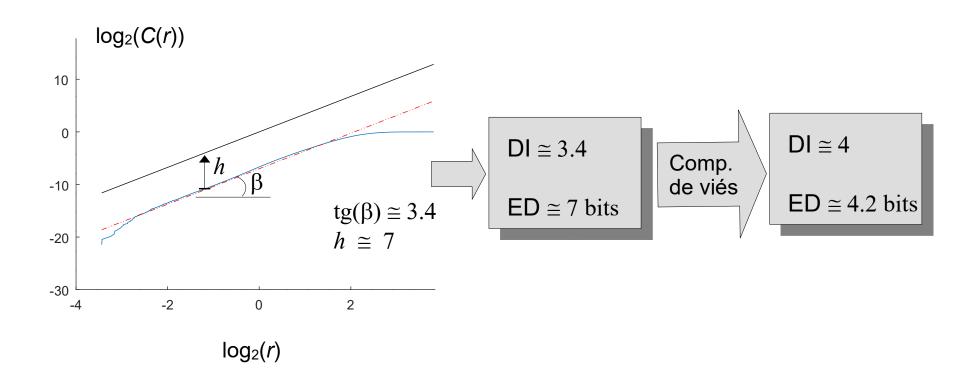


Apenas sinais de giroscópio → 3 dimensões aparentes Número de observações > 2386 pontos no 3D



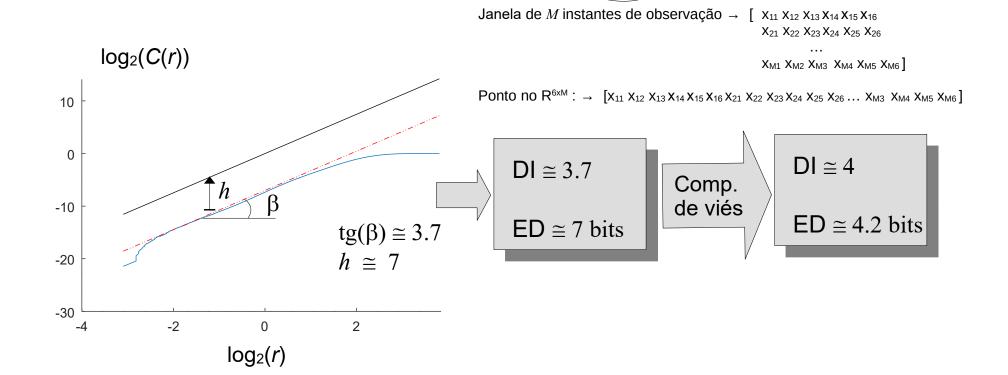
Fusão de 3 sinais de acelerômetro com 3 sinais de giroscópio → 6 dimensões aparentes Número de observações > 2386 pontos no 6D (necessidade de compensação de viés)

Atenção: intensidades das duas fontes de sinais foram equalizadas!



Número de observações: N = 2384 pontos

Janela: $M=2 \rightarrow 2384$ pontos no 12-D (necessidade de compensação de viés)



2

0

-1

-2

-3

300

400

500

200

Número de observações: N = 2381 pontos

-30 [∟]

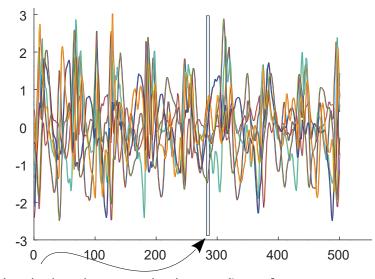
-2

0

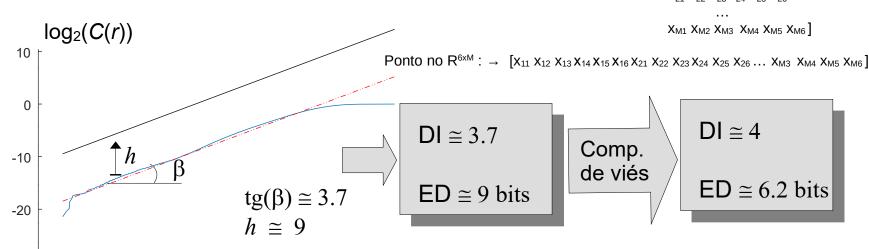
-1

 $log_2(r)$

Janela: M=5 → 2381 pontos no 30-D (necessidade de compensação de viés)



Janela de M instantes de observação $\rightarrow \begin{bmatrix} X_{11} & X_{12} & X_{13} & X_{14} & X_{15} & X_{16} \\ & & X_{21} & X_{22} & X_{23} & X_{24} & X_{25} & X_{26} \end{bmatrix}$

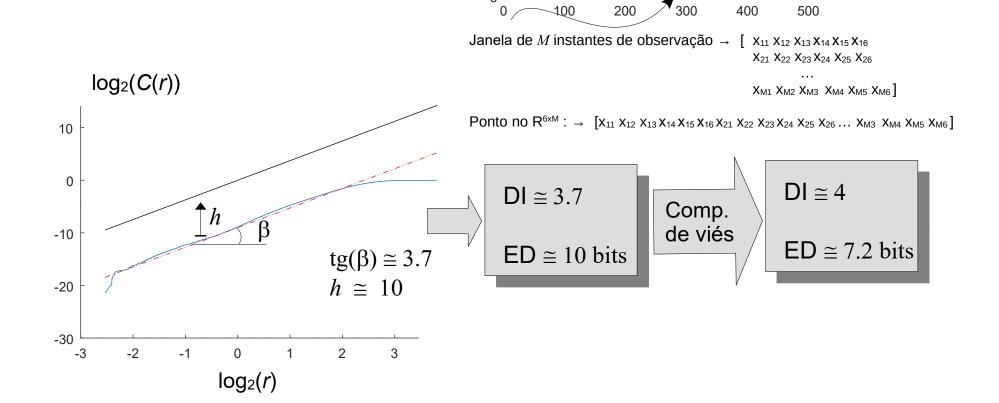


2

3

70

Janela: M=10 → 2376 pontos no 60-D (necessidade de compensação de viés)



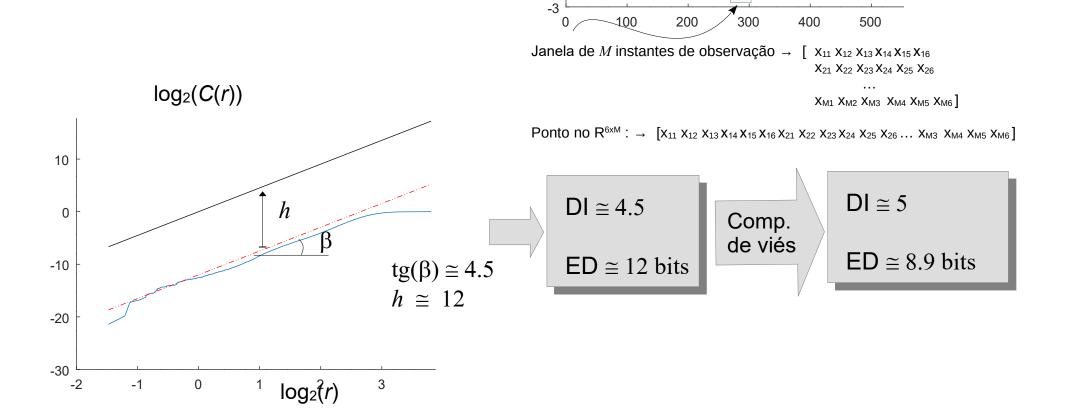
2

0

-1

-2

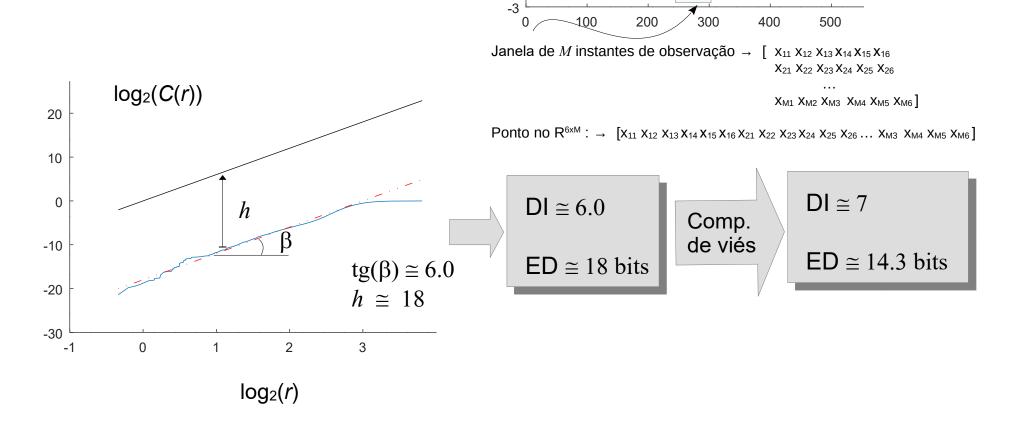
Janela: M=25 → 2361 pontos no 150-D (necessidade de compensação de viés)



2

0

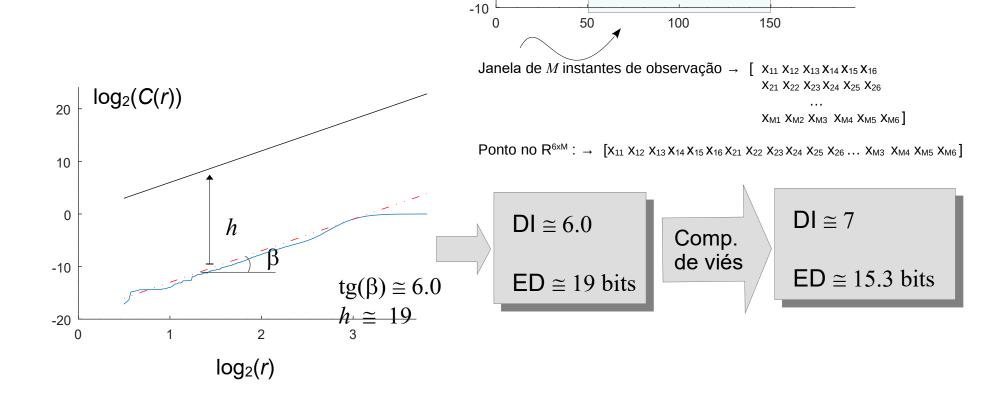
Janela: $M=50 \rightarrow 2336$ pontos no 300-D (necessidade de compensação de viés)



2

0

Janela: M=100 → 2286 pontos no 600-D (necessidade de compensação de viés)



10

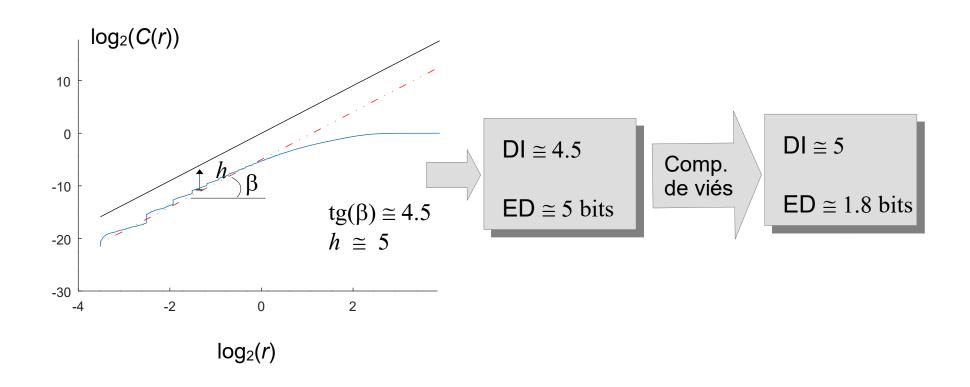
5

Experimentos com a sinal de repouso

Sinal escolhido: '1075_F_1.csv' (classe *lay*)

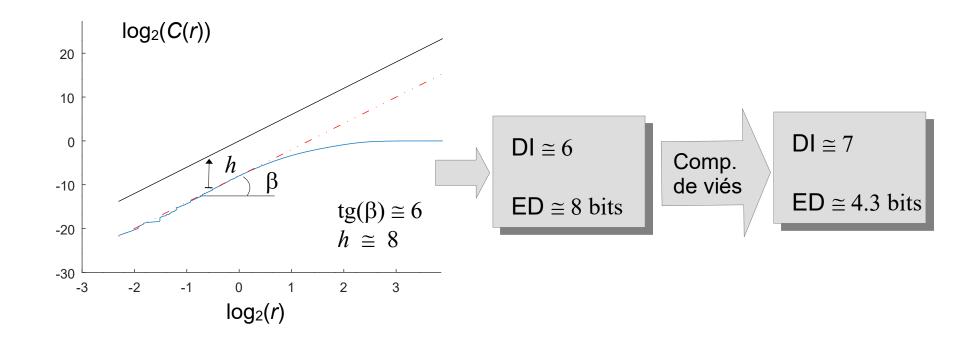
Fusão de 3 sinais de acelerômetro com 3 sinais de giroscópio → 6 dimensões aparentes Número de observações > 2500 pontos no 6D (necessidade de compensação de viés)

Atenção: intensidades das duas fontes de sinais foram equalizadas!



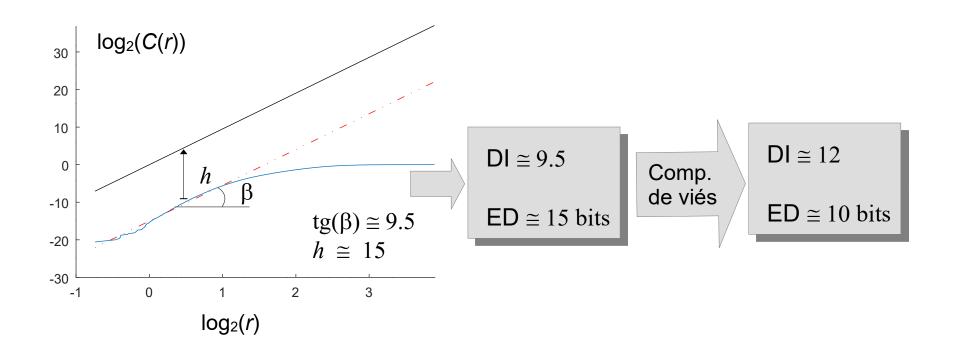
Número de observações: N = 2499 pontos

Janela: M=2 → 2499 pontos no 12-D (necessidade de compensação de viés)



Número de observações: N = 2496 pontos

Janela: $M=5 \rightarrow 2496$ pontos no 30-D (necessidade de compensação de viés)



Conclusões parciais

- 1. Em todos os fenômenos, as dimensões intrínsecas são pequenas.
- 2. No caso das imagens, as DI encontradas foram menores que 15D
- 3. Sinais de voz, e-noses e linguagem natural resultaram em DI ainda menores.
- 4. Os sinais de acelerômetros e de giroscópios são parcialmente redundantes, pois:

Sem redundância 6-D aparentes \rightarrow DI = 6 Sinal da classe walk 6-D aparentes \rightarrow DI estimada = 4 Sinal da classe lay 6-D aparentes \rightarrow DI estimada = 5 (As redundâncias estão mais evidentes nos sinais de caminhada)

- 5. Acelerômetros e giroscópios, juntos, "veem" instantaneamente uma estrutura com menos 6-D, embutida num espaço 6-D.
- 6. Ao longo do tempo, o sinal da classe *walk* possui memória de 25 a 50 instantes de tempo.
- 7. A estrutura implícita toda (considerando dependências temporais também) possui em torno de 7 dimensões.





Sobre cognição e dimensões intrínsecas de sinais

Palestrante: Jugurta Montalvão

Contato: jmontalvao@academico.ufs.br

Este material ficará publicamente disponível em:

www.biochaves.website